



گشتاورها: در هر جامعه، اندازه مقادیر مختلف در اطراف یک نقطه پراکنده‌اند که این نقطه را می‌توان به مرکز ثقل تشبیه کرد. گشتاورها در واقع میانگین‌های حول مرکز ثقل توزیع با مراتب مختلف می‌باشند.





گشتاور حول میانگین (گشتاورهای مرکزی)

گشتاور مرتبه n ام نسبت به میانگین را با μ_n نشان می‌دهند و با توجه به نوع فراوانی داده شده از یکی از فرمول‌های زیر به دست می‌آید.

حالت اول: برای داده‌ها فراوانی داده نشده است.

$$\mu_n = \frac{\sum (x_i - \mu)^n}{N}$$

حالت دوم: فراوانی هر داده در دسترس باشد.

$$\mu_n = \frac{\sum F_i (x_i - \mu)^n}{N}$$

حالت سوم: برای هر داده فراوانی نسبی در دسترس باشد.

$$\mu_n = \sum f_i (x_i - \mu)^n$$

۲) ضریب چولگی: هنگام مقایسه دو یا چند جامعه با یکدیگر ابتدا از میانگین و واریانس استفاده می‌شود چنانچه میانگین و واریانس با هم برابر باشند از شاخص اندازه‌گیری انحراف از قرینگی استفاده می‌شود که آن را چولگی نامیده و با Sk نشان می‌دهند.

انواع ضریب چولگی:

۱- ضریب چولگی اول پیرسون:

$$Sk_1 = \frac{\mu - Mo}{\sigma} = \frac{\text{مد - میانگین}}{\text{انحراف معیار}}$$

میانگین و انحراف معیار

$$Sk_1 = \frac{\text{مد} - \text{میانگین}}{\text{انحراف معیار}}$$

$$Sk_2 = \frac{3(\text{میان} - \text{میانگین})}{\text{انحراف معیار}}$$

۲- ضریب چولگی دوم پیرسون:

$$Sk_2 = \frac{3(\mu - Md)}{\sigma} = \frac{3(\text{میانگین} - \text{میان})}{\text{انحراف معیار}}$$





۳- ضریب چولگی بر حسب چارک‌ها:

$$Sk_Q = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

ضریب چولگی =

$$\text{میان } 2 \times (\text{چارک اول} + \text{چارک سوم}) - (\text{چارک اول} - \text{چارک سوم})$$

۴- ضریب چولگی بر حسب صدک‌ها:

$$Sk_P = \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

ضریب چولگی =

$$\text{میان } 2 \times (\text{صدک دهم} + \text{صدک نوزم}) - (\text{صدک دهم} - \text{صدک نوزم})$$

۵- ضریب چولگی گشتاوری:

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad \left(\mu_3 = \frac{\sum F_i (x_i - \mu)^3}{N} \right)$$





تمرین: (دکتری - ۱۴۰۰) میانگین، مد و ضریب چولگی متغیر x به ترتیب ۵، ۳ و ۱ است. اگر متغیر y طبق رابطه

$$y = 3x - 3 \text{ از صفت } x \text{ تبعیت کند، ضریب تغییرات } y \text{ کدام است؟}$$

۳ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۰/۵ (۲) ✓

۰/۳۳ (۱)

$$Sk = \frac{\text{مِد} - \text{میانگین}}{\text{اغراف هار}} \quad \text{مِد} = 5 \quad \text{میانگین} = 3$$

$$Sk = 1 \quad \text{ضریب چولگی}$$

$$2 = \frac{5 - 3}{\text{اغراف هار}} \Rightarrow \text{اغراف هار} = 1$$

$$y = 3x - 3 \quad \Rightarrow \quad \text{اغراف هار } y = 3(2) = 6 \quad \text{واریانس } y = 3^2(5) = 75$$

$$\text{میانگین } y = 3(5) - 3 = 12 \quad \text{میانگین } x = 5$$

$$CV = \frac{\text{اغراف هار } y}{\text{میانگین } y} = \frac{6}{12} = 0.5$$

تمرین: (ارشد - ۹۵) در یک جامعه آماری تفاضل میانه از میانگین برابر ۰/۷۵ و واریانس این جامعه برابر ۳۶

می باشد ضریب چولگی پیرسون کدام است؟

۰/۴۷۲۵ (۴)

۰/۳۷۵ (۳) ✓

۰/۵۱۲۵ (۲)

۰/۱۲۵ (۱)

$$\text{میانگین} - \text{مِد} = 0.75$$

$$\text{اغراف هار} = 6 \quad \Rightarrow \quad \text{واریانس} = 36$$

$$\text{ضریب چولگی} = \frac{\text{مِد} - \text{میانگین}}{\text{اغراف هار}} \times 3 = \frac{0.75}{6} \times 3 = 0.375$$





تمرین: (ارشد - ۹۷) در یک جامعه آماری با میانگین $24/6$ و میانۀ 24 ، با ضریب تغییرات $0/1$ ، مقدار ضریب

چولگی (دوم) پیرسون کدام است؟

۰/۳۶ (۴)

۰/۴۵ (۳)

۰/۶۴ (۲)

۰/۷۳ (۱) ✓

حل
 $\tilde{m} = 24.6$

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$$

میانۀ = 24

$$0.1 = \frac{\text{انحراف معیار}}{24.6} \Rightarrow \text{انحراف معیار} = 2.46$$

ضریب تغییرات $C.V = 0.1$

$$Sk = \frac{\text{میانۀ} - \text{میانگین}}{\text{انحراف معیار}} \times 3 = \frac{24 - 24.6}{2.46} \times 3 = -0.73$$

تقدیر = 3

تمرین: (ارشد - ۹۹) در ۳۰ داده آماری با میانۀ $12/5$ که از چولگی معقولی برخوردار است، مقادیر $\sum x_i = 360$ و

محاسبه شده است: ضریب چولگی کدام است؟

$$\sum x_i^2 = 4800$$

۰/۱۲۵ (۴)

-۰/۱۲۵ (۳)

۰/۳۷۵ (۲)

-۰/۳۷۵ (۱) ✓

نکته: اگر $\sum x_i$ و مقدار داده‌ها معلوم باشد می‌توانیم میانگین را به دست آوریم: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$

حل
 $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{360}{30} = 12$

نکته: اگر $\bar{x}$ و $\sum x_i^2$ معلوم باشد می‌توانیم واریانس را محاسبه کنیم.

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{N} - (\bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{4800}{30} - (12)^2 = 16 \Rightarrow \text{انحراف معیار } S = 4$$

$$\text{ضریب چولگی} = \frac{\text{میانۀ} - \text{میانگین}}{\text{انحراف معیار}} \times 3 = \frac{12 - 12.5}{4} \times 3 = -0.375$$





↑ چارک سوم - چارک اول - میان

تمرین: (دکتری - ۹۷) در جدول داده‌های آماری زیر ضریب چولگی چارکی تقریباً کدام است؟

حدود دسته	۲۱ - ۲۴	۲۴ - ۲۷	۲۷ - ۳۰	۳۰ - ۳۳	۳۳ - ۳۶
فراوانی مطلق	۷	۱۱	۱۳	۹	۸

۰/۰۸ (۴)

۰/۱۲ (۳)

۰/۰۴ (۲) ✓

۰/۰۸ (۱)

$$\text{طول رده} \times \frac{\text{فراوانی بعدی قبل - نصف داده‌ها}}{\text{فراوانی خود رده}} + \text{حد پایین رده} = \text{میان}$$

رده‌ها	فراوانی	فراوانی بعدی
21-24	7	7
24-27	11	18
27-30	13	31
30-33	9	40
33-36	8	48
جمع	48	

$$\div 2 \Rightarrow 24 \quad \text{مقدار کل داده‌ها} = 48$$

$$\text{میان} = 27 + \frac{24 - 18}{13} \times 3 = 28.4$$

$$\text{چارک اول} = Q_1 \Rightarrow 1 = \text{اندرس} \quad \text{مقدار داده‌ها} = 48 \quad \frac{1 \times 48}{4} = 12$$

$$\text{طول رده} \times \frac{\text{فراوانی بعدی رده قبل - درجه رتبه آمده}}{\text{فراوانی خود رده}} + \text{حد پایین رده} = \text{چندک خواسته شده}$$

$$Q_1 = 24 + \frac{12 - 7}{11} \times 3 = 25.4$$

$$Q_3 \Rightarrow 3 = \text{اندرس} \quad \text{مقدار داده‌ها} = 48 \quad \frac{3 \times 48}{4} = 36$$

$$\text{چارک سوم} = 30 + \frac{36 - 31}{9} \times 3 = \frac{95}{3} = 31.7$$



NogamManagement



Nogamcenter



GMATPhD



۰۹۰۲۲۵۴۴۶۰۰

ضریب چولگی =

$$\frac{(\text{چارک اول} + \text{چارک سوم}) - 2 \times \text{میان}}{(\text{چارک اول} - \text{چارک سوم})} = \frac{(31.7 + 25.4) - 2 \times (28.4)}{(31.7 - 25.4)}$$